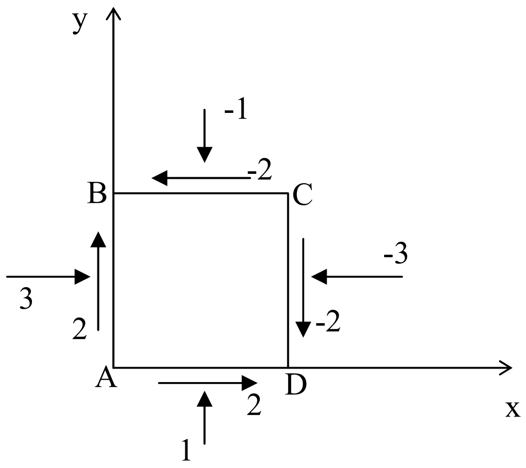
Svolgimento esercizio assegnato per il 5/04/06

Date le tensioni di contatto $\mathbf{t}_1 = (3; 2)$ su una superficie di normale **-i** e $\mathbf{t}_2 = (2; 1)$ su una superficie di normale **-j** si chiede di:

1. verificare se è possibile l'equilibrio;
2. scrivere il tensore della tensione **T**;
3. valutare la tensione $\mathbf{t}_n$ su una superficie inclinata di 30° rispetto all'asse x;
4. scrivere il tensore della deformazione **E** considerando un corpo lineare elastico, omogeneo ed isotropo di assegnate costanti elastiche *E* e ν.

punto 1

Rappresentando graficamente lo stato di tensione e ricordando che $\mathbf{t}_n = -\mathbf{t}_{-n}$ è immediato verificare che sussistono le condizioni per l'equilibrio.



Superfice AB	normale **-i**	$\mathbf{t}_{-i} = \mathbf{t}_1 = (3; 2)$
Superfice AD	normale **-j**	$\mathbf{t}_{-j} = \mathbf{t}_2 = (2; 1)$
Superfice CD	normale **i**	$\mathbf{t}_{i} = -\mathbf{t}_{-i} = (-3; -2)$
Superfice BC	normale **j**	$\mathbf{t}_{j} = -\mathbf{t}_{-j} = (-2; -1)$

punto 2

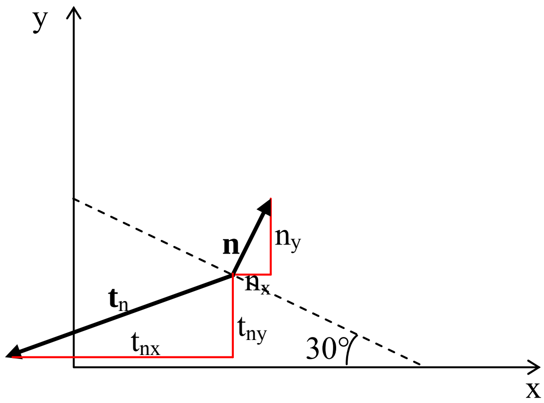
Gli elementi del tensore della tensione sono le componenti delle tensioni che agiscono sulle superfici di normale **i** e **j**, la prima colonna è composta dalle componenti della tensione che agisce sulla superficie di normale **i** e pari, nel caso in esame, a (-3; -2), mentre la seconda colonna è data dalle componenti della tensione che agisce sulla superficie di normale **j** e pari, nel caso in esame a (-2; -1). Pertanto si può scrivere immediatamente il tensore della tensione **T**

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

punto 3

Le componenti del versore **n** sono: $n_x = sen30° = \frac{1}{2}$, $n_y = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Pertanto si ha

$$\mathrm{t}_n = \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} n_x + \begin{pmatrix} \tau_{yx} \\ \sigma_y \end{pmatrix} n_y = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} 1/2 + \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} \sqrt{3}/2 = \begin{pmatrix} -3/2 - \sqrt{3} \\ -1 - \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{nx} \\ t_{ny} \end{pmatrix}$$



punto 4

Le componenti del tensore della deformazione si ottengono, note le tensioni, tramite le equazioni di Navier:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) = \frac{1}{E}(-3 + \nu)$$
$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) = \frac{1}{E}(-1 + 3\nu)$$
$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \frac{\tau_{xy}}{G} = \frac{-2}{G} = \frac{-4(1+\nu)}{E}$$

$$\mathrm{E} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{yx} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_y \end{pmatrix} = \frac{1}{E}\begin{pmatrix} -3+\nu & -2(1+\nu) \\ -2(1+\nu) & -1+3\nu \end{pmatrix}$$