Esonero 12/05/06

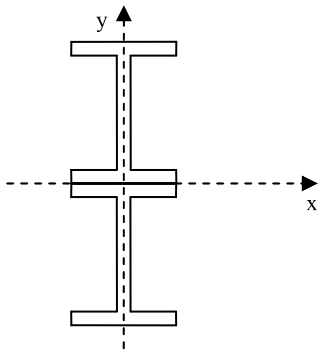
(gruppo 1)

Cognome…………………………….

Nome………………………………..

Esercizio n. 1

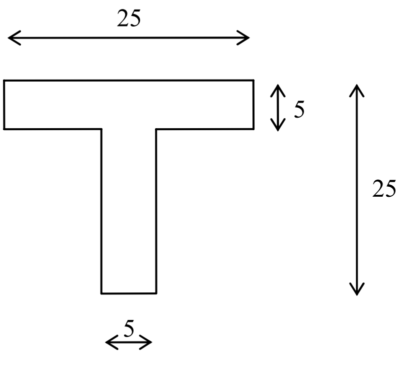
Si consideri una sezione composta da due profilati IPE 200 saldati tra loro come mostrato in figura e soggetti ad uno sforzo normale di trazione N = 1 t e ad un momento flettente M_x = 4 tm.



- Determinare la tensione normale massima.
- Disegnare i diagrammi delle tensioni normali.
- Disegnare l'asse neutro.
- Scrivere il vettore curvatura e tracciare il piano di flessione.
- Tracciare il piano di sollecitazione.

Esercizio n. 2

Considerando una tensione tangenziale ammissibile τ_{amm} = 1400 kg/cm^2, verificare la sezione a T in figura soggetta ad un momento torcente M_z = 10 tm.



(misure in cm)

Soluzioni gruppo 1

Esercizio n. 1

La sezione è soggetta a tenso-flessione retta.

Tensioni normali $\sigma_z = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y$

dove:

$N = 1000$ kg , $M_x = 400000$ kgcm

$A = 2 \times 28{,}50 = 57\ cm^2$

$I_x = 2 \times (1943{,}0 + 28{,}50 \times 10^2) = 9586\ cm^4$

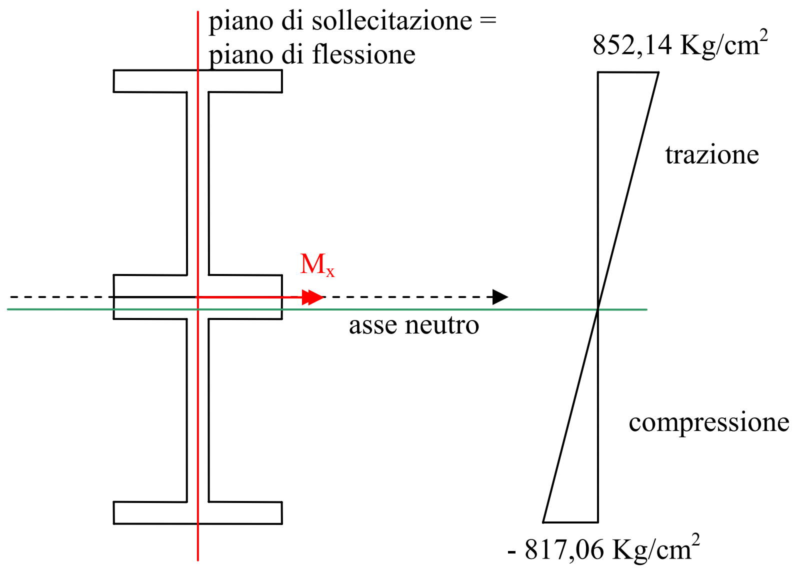
$$\rightarrow \sigma_z = \frac{1000}{57} + \frac{400000}{9586} y = 17{,}54 + 41{,}73y$$

Dato che il momento M_x è positivo, la tensione normale massima di trazione si ottiene al lembo superiore (y = 20 cm), mentre quella di compressione al lembo inferiore (y = -20 cm)

$$\sigma_{z,max/min} = \begin{cases} 17{,}54 + 41{,}73 \times 20 = 852{,}14\ kg/cm^2 \\ 17{,}54 - 41{,}73 \times 20 = -817{,}06 kg/cm^2 \end{cases}$$

Equazione asse neutro $17{,}54 + 41{,}73\ y = 0$ $\qquad$ y = - 0.42 (è una retta parallela all'asse x)

Vettore curvatura $\underline{k} = \frac{M_x}{EI_x} \underline{i} = \frac{41{,}73}{E} \underline{i}$ è un vettore parallelo all'asse x, perciò il piano di flessione (perpendicolare al vettore curvatura) è parallelo all'asse y.



Esercizio n.2

Si suddivide la sezione in due rettangoli, per ognuno dei quali valgono le seguenti relazioni:

$$I_{ti} = \beta_i a_i b_i^3$$

$$M_{zi} = \frac{I_{ti}}{\sum_i I_{ti}} M_z$$

$$\tau_{i,max} = \alpha_i \frac{M_{zi}}{a_i b_i^2}$$

n.	a_i (cm)	b_i (cm)	a_i/b_i	α_i	β_i	I_{ti} (cm^4)	$I_{ti}/\sum I_{ti}$	M_{zi} kgcm	$\tau_{i,max}$ kg/cm^2
1	25	5	5	3,436	0,291	909.375	0.564	564000	3100.65
2	20	5	4	3,546	0,281	702.5	0.436	436000	3092.11
						1611.875	1		

$\tau_{i,max}$ >1400 kg/cm^2 → la sezione **non** è verificata

Esonero 12/05/06

(gruppo 2)

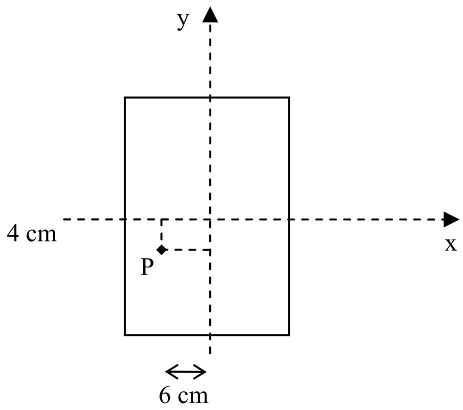
Cognome…………………………….

Nome………………………………..

Esercizio n. 1

Data una sezione rettangolare di base b = 20 cm e altezza h = 40 cm, soggetta ad una forza di compressione nel punto P:

- Determinare la tensione normale massima.
- Disegnare i diagrammi delle tensioni normali.
- Disegnare l'asse neutro.
- Scrivere il vettore curvatura e tracciare il piano di flessione.
- Tracciare il piano di sollecitazione.



Esercizio n. 2

Considerando una tensione tangenziale ammissibile τ_{amm} = 1400 kg/cm^2, calcolare il massimo momento torcente ammissibile

1) per una sezione circolare piena di raggio R = 20 cm
2) per una sezione circolare cava di raggio esterno R = 20 cm e spessore s = 1.5 cm.

Soluzioni gruppo 2

Esercizio n. 1

La sezione è soggetta a presso-flessione deviata.

Tensioni normali $\sigma_z = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y - \frac{M_x}{I_x} x$

dove:

N = - F, M_x = F x 4, M_y = - F x 6,

A = 20 x 40 = 800 cm^2

$$I_x = \frac{1}{12} 20 \text{ x } 40^3 = 106666{,}67 cm^4$$

$$I_y = \frac{1}{12} 20^3 \text{ x } 40 = 26666{,}67 \; cm^4$$

$$\rightarrow \; \sigma_z = -\frac{F}{800} + \frac{4F}{106666{,}67} y + \frac{6F}{26666{,}67} x = F(-\frac{1}{800} + \frac{4}{106666{,}67} y + \frac{6}{26666{,}67} x)$$

Le tensioni massime di tensione e compressione si ottengono ai vertici della sezione, di coordinate (10, 20) e (-10, -20):

$$\sigma_{z,max/min} = \begin{cases} F(-\frac{1}{800} + \frac{4}{106666{,}67} 20 + \frac{6}{26666{,}67} 10) = 0.00175F \\ F(-\frac{1}{800} - \frac{4}{106666{,}67} 20 - \frac{6}{26666{,}67} 10) = -0.00425F \end{cases}$$

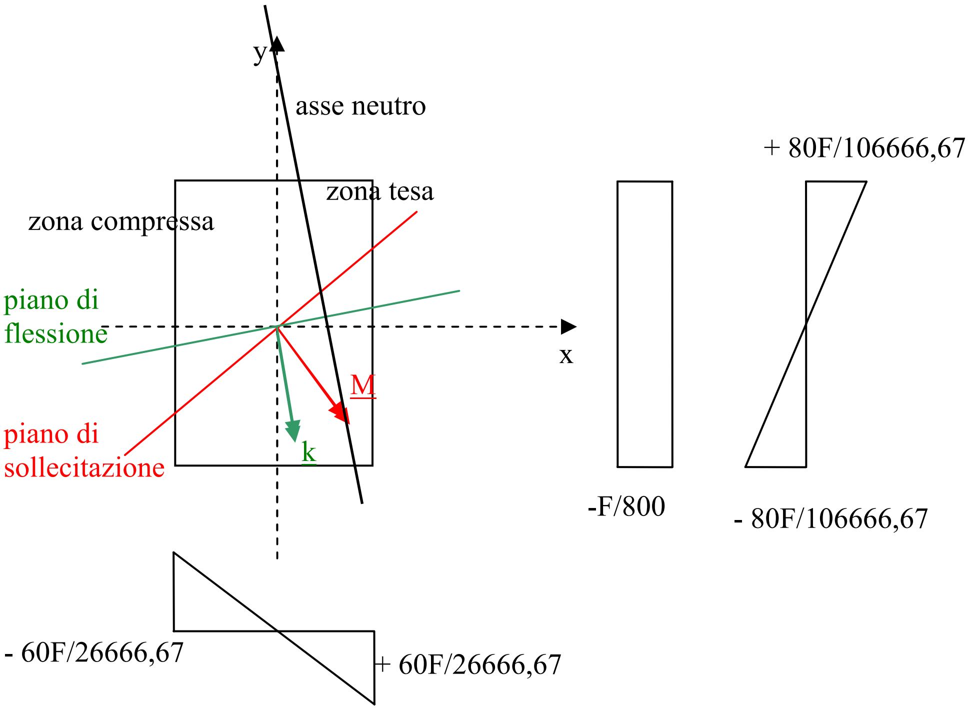
Equazione asse neutro $-\frac{1}{800} + \frac{4}{106666{,}67} y + \frac{6}{26666{,}67} x = 0$ y = - 5.99 x + 33,33

Vettore curvatura $\underline{k} = \frac{M_x}{EI_x} \underline{i} + \frac{M_y}{EI_y} \underline{j} = \frac{F}{E}(\frac{4}{106666{,}67} \underline{i} - \frac{6}{26666{,}67} \underline{j}) = \frac{F}{E} \frac{4}{106666{,}67} (\underline{i} - 5{,}99 \; \underline{j})$

$\underline{k} = \cos t \begin{pmatrix} 1 \\ -5{,}99 \end{pmatrix}$ (Come si può notare, il vettore curvatura è parallelo all'asse neutro)

Il piano di flessione è perpendicolare al vettore curvatura.

Il piano di sollecitazione è perpendicolare al vettore momento $\underline{M} = F \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix} = 4F \begin{pmatrix} 1 \\ -1.5 \end{pmatrix}$



Esercizio n.2

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{I_p} R \leq \tau_{amm} \quad \rightarrow \quad M_z \leq \frac{\tau_{amm}}{R} I_p \quad \rightarrow \quad M_{z,amm} = \frac{\tau_{amm}}{R} I_p$$

caso 1)

$$I_p = \frac{\pi}{2} R^4 = 251327 cm^4$$

$$M_z \leq \frac{1400}{20} 251327 = 17592890 \text{ kgcm} \cong 176 \text{ tm}$$

$$M_{z,amm} \cong 176 \text{ tm}$$

caso 2)

$$I_p = \frac{\pi}{2} (R^4 - R^4_{interno}) = 67332 cm^4$$

$$M_z \leq \frac{1400}{20} 67332 = 4713240 \text{ kgcm} \cong 47 \text{ tm}$$

$$M_{z,amm} \cong 47 \text{ tm}$$