

## ESEMPIO DI CALCOLO DI UN TELAIO CON SAP2000<sup>a</sup>

### 1. DEFINIZIONE DEL PROBLEMA

Supponiamo di dover studiare la struttura di un capannone, struttura costituita da una serie di telai in c.a., disposti ad un interasse costante di 5.00 metri, sui quali insiste un solaio in latero-cemento (fig. 1).

La larghezza della campata è di 7.00 m., l'interasse tipico delle campate è di 5.00 m., mentre l'altezza del telaio è di 4.00 m.

#### Analisi dei carichi :

peso proprio del solaio di copertura più i carichi permanenti (impermeabilizzazione, finiture, etc.)  $P = 300 \text{ Kg./m}^2$ .

Carichi accidentali  $Q = 100 \text{ Kg./m}^2$

Per cui:

Peso totale di  $1 \text{ m}^2$  di copertura:

$$P_{\text{TOT}} = P + Q = 300 + 100 \text{ Kg./m}^2 = 400 \text{ Kg./m}^2$$

Dall'esame delle zone di influenza si deduce che un metro lineare di trave (elemento orizzontale del telaio) porta una striscia di 5.00 m. di solaio per cui il carico sulla trave riportato al mt. lineare è pari a:

$$P_{1\text{ml.}} = 400 \text{ Kg./m}^2 \times 5.00 \text{ m.} = 2000 \text{ Kg/ml}$$

$$P_{1\text{ml.}} = 2 \text{ t/ml}$$

Schema di calcolo è quindi quello definito nella fig.2, ipotizzando come vincolo due incastri alla base.

Parallelamente viene analizzato anche il caso dello stesso schema con però due cerniere alla base (fig.4).

Per poter risolvere uno schema iperstatico è necessario conoscere le caratteristiche inerziali delle singole aste, determiniamo così i momenti di inerzia e le aree del pilastro e della trave<sup>1</sup>.

#### Caratteristiche geometriche della trave:

$$J_{\text{tr}} = 0.3 \times 0.6^3 / 12 = 5.40 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$A_{\text{tr}} = 0.3 \times 0.6 = 0.18 \text{ m}^2$$

#### Caratteristiche geometriche del pilastro:

$$J_{\text{tr}} = 0.3 \times 0.5^3 / 12 = 3.125 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$A_{\text{tr}} = 0.3 \times 0.5 = 0.15 \text{ m}^2$$

Si ipotizza di realizzare, come vincoli a terra degli incastri.

PIANTA DELLA STRUTTURA DI COPERTURA

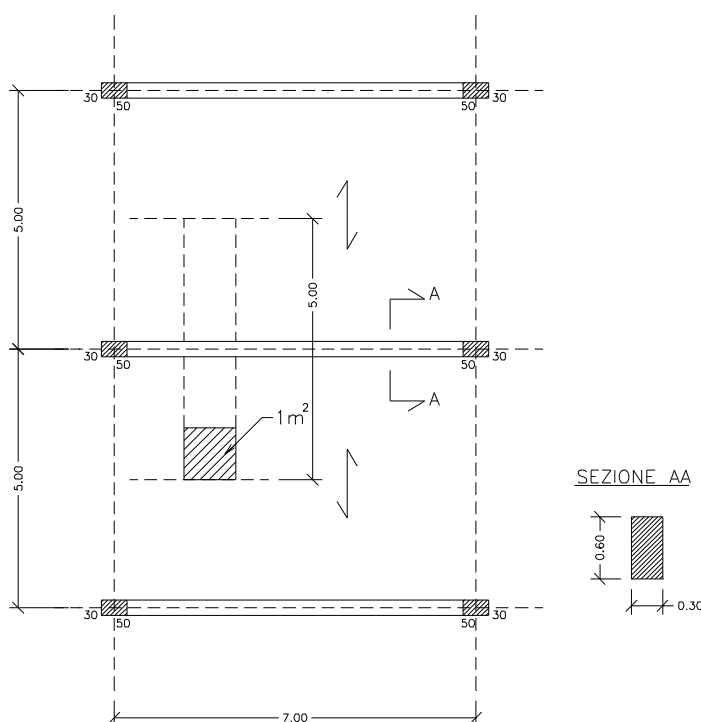


Fig.1

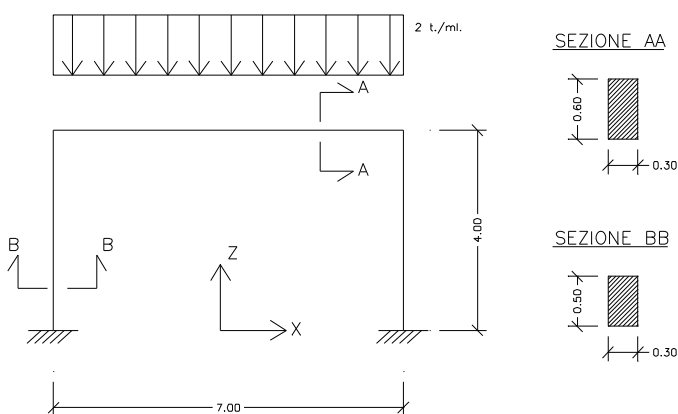


Fig.2

<sup>1</sup> Ricordando di porre sempre attenzione alla congruenza tra le unità di misura utilizzate nel calcolo, se utilizziamo metri per esprimere le dimensioni del telaio, allora esprimiamo i valori del momento d'inerzia in  $\text{m}^4$  e delle aree in  $\text{m}^2$ .

## 2. PREPARAZIONE DEI DATI DI INPUT IN UN PROGRAMMA DI ANALISI STRUTTURALE

Un qualsiasi programma di analisi agli elementi finiti richiede in forma più o meno esplicita alcuni dati di base che sono essenziali per la generazione di un modello di calcolo. E' quindi comunque necessario seguire questi sei passi principali per una corretta immissione dei dati.

Per una più agevole immissione dei dati conviene sin dall'inizio individuare un sistema di riferimento cartesiano<sup>2</sup> assegnare un numero univoco ad ogni nodo, ed un numero o lettera ad ogni asta componente il modello. Uno schema di modello di calcolo è quello proposto in fig.6.

### 4.1 Coordinate nodi (Joints)

E' necessario immettere le coordinate cartesiane dei nodi della struttura discretizzata, scegliendo un opportuno sistema di riferimento ed identificando univocamente il nodo con un numero progressivo.

Joints:

n°	Coord. X	Coord. Z
1	-3.50	0
2	-3.50	+4.00
3	+3.50	+4.00
4	+3.50	0

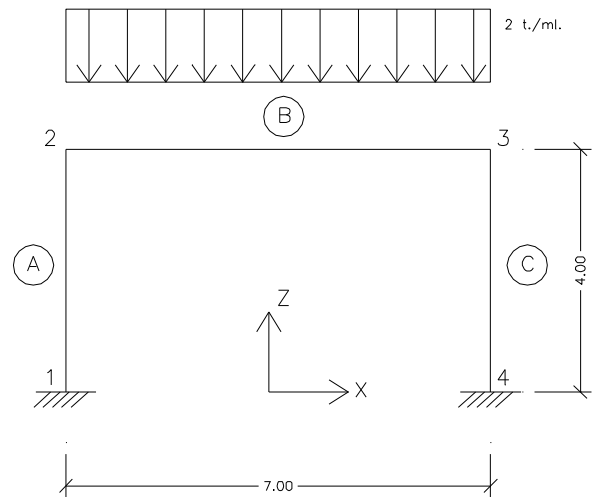


Fig.6

### 4.2 Posizionamento aste (Frame location)

Ogni asta esistente nel modello è assimilabile ad un vettore, ed è identificata tramite il suo nodo iniziale ( $i$ ) ed il suo nodo finale ( $j$ ).

asta	Nodo i	Nodo j
A	1	2
B	2	3
C	3	4

### 4.3 Caratteristiche meccaniche del materiale (materials)

Come  $E$  (modulo di elasticità del materiale),  $G$  (modulo di elasticità trasversale), necessarie per l'analisi di strutture iperstatiche e per il calcolo delle deformazioni; altri coefficienti possono essere  $\nu$  (coeff. di Poisson), o  $g$  (Peso specifico) per far calcolare automaticamente al programma il peso proprio della struttura e i suoi effetti sommati ai carichi esterni di progetto; la massa  $m$ , per l'analisi sismica; il coefficiente di espansione termica, per analisi degli sforzi derivati da variazioni di temperatura.

materiale	E	Peso	Mass a	$\nu$	Coeff. esp. Termica
ca	3.000.000 t/m <sup>2</sup>	2.50t/m <sup>3</sup>	0.254	0.2	10 E-06

Anche qui è necessaria la congruenza con le unità di misura utilizzate per l'input geometrico della struttura.

<sup>2</sup> E' consuetudine far coincidere l'asse z con le altezze dell'edificio. Anche perché molti programmi di calcolo permettono il calcolo automatico del peso della struttura considerando la forza di gravità come un vettore parallelo e di verso opposto all'asse z.

#### 4.4 Caratteristiche geometriche delle sezioni (sections)

E' necessario immettere le caratteristiche geometriche delle sezioni ai fini delle determinazione delle rigidezze degli elementi, rigidezze che sono necessarie per la risoluzione delle strutture iperstatiche.

Alcuni software più avanzati, tra i quali SAP2000® permettono il calcolo automatico delle caratteristiche della sezione, partendo dai suoi dati geometrici di base,  $b$ ,  $h$ , etc.

Sezione n°	B (m.)	H (m.)	A (m <sup>2</sup> )	J (m <sup>4</sup> )	Nome
A	0.30	0.50	0.150	$3.125 \times 10^{-3}$	Pil
B	0.30	0.60	0.180	$5.4 \times 10^{-3}$	Trave
C	0.30	0.50	0.150	$3.125 \times 10^{-3}$	Pil

#### 4.5 Vincoli (restraints)

I vincoli esterni sono immessi in termini di grado di libertà impedito o vincolato lungo l'asse di riferimento considerato.

Usualmente si adotta la seguente convenzione:

1 = traslazione lungo l'asse di riferimento o rotazione attorno all'asse impedita (Vincolato).

0 = traslazione lungo l'asse di riferimento o rotazione attorno all'asse permessa (Libero).

Joint	$\delta_x$	$\delta_y$	$\delta_z$	$\theta_x$	$\theta_y$	$\theta_z$	vicolo
1	1	1	1	1	1	1	incastro
2	0	1	0	1	0	1	vinc. nel piano xz
3	0	1	0	1	0	1	vinc. nel piano xz
4	1	1	1	1	1	1	incastro

Si può constatare che, identificando i gradi di libertà con la sequenza  $\delta_x, \delta_y, \delta_z, \theta_x, \theta_y, \theta_z$  (traslazione secondo i tre assi principali x,y,z e rotazione attorno ai tre assi x,y,z) allora la sequenza di restraint 1,1,1,1,1,1 rappresenta un nodo incastrato (es. nodi A e D), mentre la sequenza 0,1,0,1,0,1 impedisce al nodo lo spostamento secondo l'asse y (quindi fuori dal piano x-z) e la rotazione attorno agli assi x e z; in altri termini il nodo è libero di traslare nel piano xz e di ruotare attorno all'asse y (ciò identifica una struttura piana contenuta esclusivamente nel piano xz, v. fig. 6).

#### 4.6 Carichi (Loads)

Per ultimo vanno definiti i carichi agenti sulla struttura. Possono essere concentrati (agenti di solito sui nodi) o ripartiti uniformemente lungo le aste .

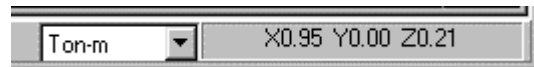
Nel nostro caso i carichi concentrati, forze e momenti applicati sono tutti nulli, è agente solo un carico di 2 t/ml sull'asta B, diretto verso il basso.

Joint	$P_x$ (t.)	$P_y$ (t.)	$P_z$ (t.)	$M_x$ (tm)	$M_y$ (tm)	$M_z$ (tm)
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0

Frame	$P_x$ (t/ml)	$P_y$ (t/ml)	$P_z$ (t/ml)
1	0	0	0
2	0	0	-2.00 t/ml
3	0	0	0

### 3. IMMISSIONE DEI DATI IN SAP2000<sup>a</sup>

- Prima di tutto è fondamentale scegliere le unità di misura che vogliamo utilizzare per l'input dei dati della struttura. Scegliamo Ton-m, nella finestra di selezione in basso a destra<sup>3</sup>.



- Impostiamo un nuovo modello strutturale, scegliendo dalle voci di menu:  
*File > New Model*

- Definiamo il passo, in unità di misura di riferimento, ed il numero di "spazi" della griglia di riferimento, che costituisce un ausilio all'immissione della geometria della struttura. Ipotezziamo il problema statico appartenente al piano xz.

Scegliamo:

Number of grid spaces:

X direction: 7

Y direction: 0

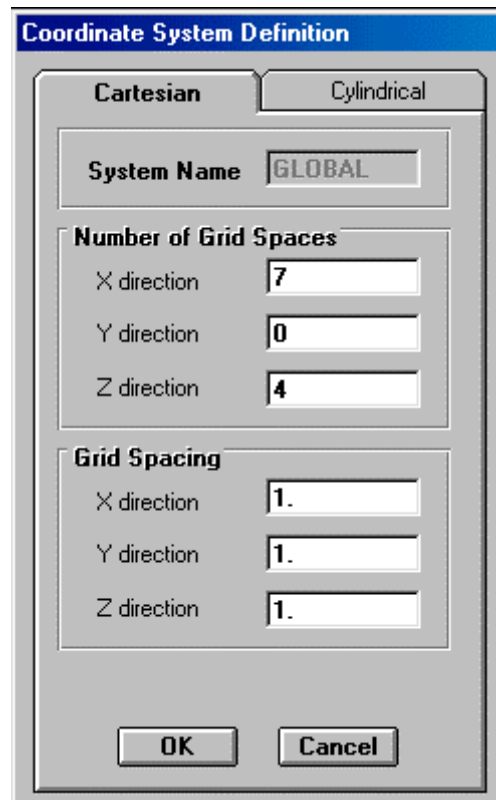
Z direction: 4

Grid spacing:

X direction: 1 (m.)

Y direction: 1 (m.)

Z direction: 1 (m.)




- Chiudiamo la finestra "x-y plane @z=4", cliccando sulla crocetta in alto a destra alla finestra suddetta.



- Clicchiamo sul bottone "xz" della toolbar superiore per evidenziare il piano xz, dove dovremo immettere la geometria dei nodi.



- Inseriamo i 4 nodi che definiscono la geometria della struttura, cliccando sul  bottone della toolbar inferiore e poi negli estremi della griglia nel punto in cui si vuole inserire il nodo.

- Il comando di menu *View > Set Element > Joint > Labels > OK*, visualizza la numerazione dei nodi.

- Per inserire gli elementi frame, cliccare sul  bottone della toolbar inferiore, e poi sui nodi da 1 a 2, da 2 a 3, da 3 a 4, per terminare premere *ESC*.

<sup>3</sup> Si ricorda che tutta la procedura e le maschere di inserimento dati si riferiscono a Sap2000<sup>®</sup> versione 6.11 nonlinea.

- Inseriamo le caratteristiche dei materiali da cui è composta la struttura, con il comando di menu:  
*Define Materials > Add New Material > Design Type > Other*

*Material name:* CA

*Mass:*  $2.5 \text{ t/m}^3 / 9.81 = 0.254$  , massa per unità di volume del materiale; inseriamo comunque il valore 0 perché la massa è necessaria solo nel caso di analisi sismica.

*Weight:*  $2.5 \text{ t/m}^3$  , peso per unità di volume; inseriamo comunque il valore 0 per semplificare, e per analizzare esattamente il caso risolto a mano, altrimenti Sap2000® inserirebbe automaticamente anche il peso proprio della struttura in base all'area ed alla lunghezza di ogni sezione.

*Modulus of elasticity:* modulo di elasticità del materiale, anche in questo caso per la congruenza delle unità di misura i consueti  $300.000 \text{ Kg/cm}^2$  trasformati in  $\text{t/m}^2$  divengono  $300.000 \times 100 \times 100 / 1000 = 3.000.000 \text{ t/m}^2$

*Poisson ratio:* 0.2, Coefficiente di Poisson.

*Coeff. of th. exp.:*  $10\text{E-}06$  , coefficiente di dilatazione termica, necessario comunque solo nel caso di analisi di strutture sottoposte a gradienti termici.

Material Property Data	
Material Name	CA
Design Type	Other
<b>Analysis Property Data</b>	
Mass per unit Volume	0.
Weight per unit Volume	0.
Modulus of elasticity	3000000
Poisson's ratio	0.2
Coeff of thermal expansion	1.000E-05
Design Property Data	
OK Cancel	

- Immettiamo ora le caratteristiche delle sezioni con il comando:

*Define > Frame Sections > Add Rectangular*

Per il pilastro:

*Material:* CA , nome del materiale da cui è composta la sezione (v.prec.)

*Depth:* 0.5 (m.) , altezza della sezione

*Width:* 0.3 (m.) , base della sezione

*Name:* PIL , nome di riferimento della sezione.

SAP2000® calcola automaticamente le caratteristiche inerziali delle sezioni nelle unità di misura di riferimento, come è possibile osservare nella finestra *Section Properties*.

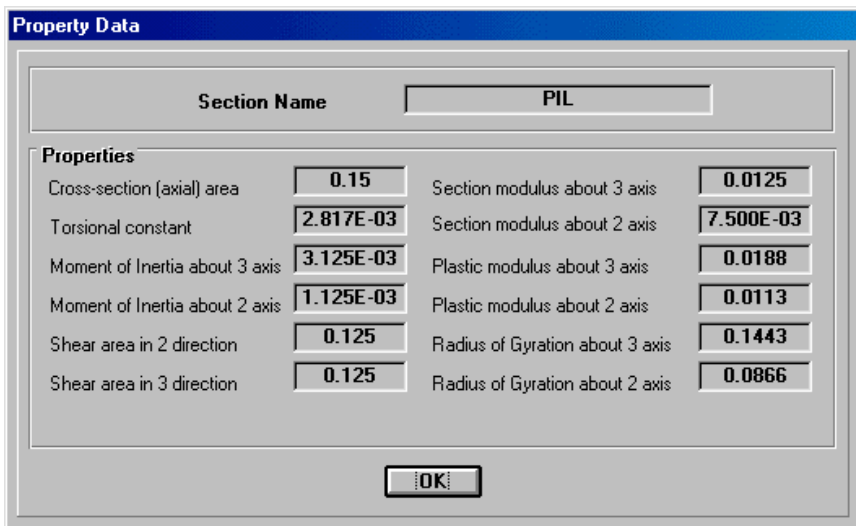
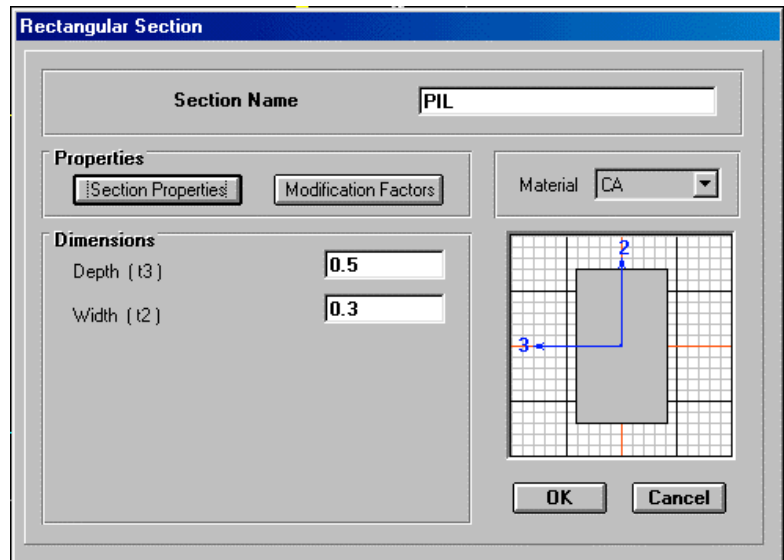
Per la trave:


*Material:* CA , nome del materiale da cui è composta la sezione (v.prec.)

*Depth:* 0.6 (m.) , altezza della sezione



*Width:* 0.3 (m.) , base della sezione

*Name:* TRAVE , nome di riferimento della sezione.



- Assegniamo le sezioni ora determinate agli elementi frame della struttura. Selezioniamo gli elementi frame con il mouse e clicchiamo sul  bottone della toolbar. Selezioniamo poi il tipo di sezione da assegnare e confermiamo con OK.

Il bottone suddetto ha la stessa funzione del comando *Assign > Frame > Sections*.

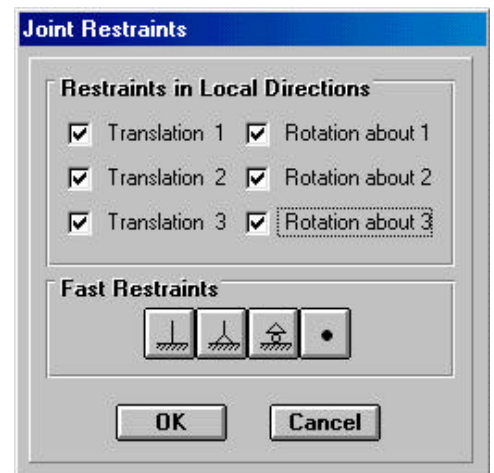
- Impostiamo le condizioni di vincolo con l'esterno; clicchiamo con il mouse sul  nodo 1 e sul nodo 4 e poi sul bottone della toolbar. Il  bottone ha la stessa funzione del comando *Assign > Joint > Restraints*.


Selezioniamo le condizioni di vincolo:

*Restraints:*

Translation 1 : V    Rotation about 1: V  
 Translation 2 : V    Rotation about 2: V  
 Translation 3 : V    Rotation about 3: V

Dove gli assi 1, 2, 3 rappresentano gli assi X, Y, Z, e il simbolo V rappresenta il grado di libertà in termini di traslazione o rotazione attorno all'asse che viene impedito.



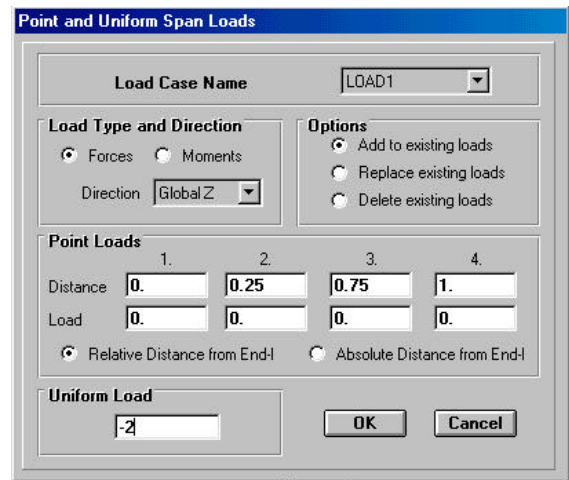
- Definiamo i carichi agenti sulla struttura da noi impostata; clicchiamo sull'asta che va dal nodo 2 al nodo 3 (asta B) e poi sul bottone  della toolbar.


Il bottone suddetto è l'equivalente del comando *Assign > Frame Static Loads > Point and Uniform*

Nella finestra di dialogo inseriamo:

*Direction:* Z (il carico che stiamo per inserire è diretto lungo l'asse Z (v.fig.6))

*Uniform Load:* -2 , il carico è di 2 tonnellate al metro lineare diretto con verso opposto al verso positivo dell'asse Z



- Salviamo il modello realizzato su file cliccando sul bottone  oppure con il comando *File > Salva*.

- Prima di poter iniziare l'analisi della struttura è necessario indicare al programma i gradi di libertà realmente utilizzati. Dovremmo indicare che l'analisi va effettuata per un telaio piano contenuto nel piano x-z,<sup>4</sup> per cui i gradi di libertà disponibili sono  $U_x$ ,  $U_y$ , e  $\theta_z$ .

*Analyze > Set Options > Plane Frame xz plane*

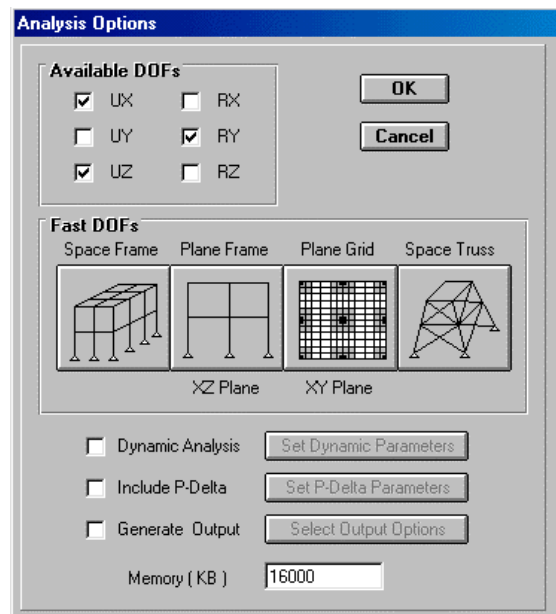
*Available DOF:*  $U_x$ ,  $U_y$ ,  $\theta_z$ .

- Avviamo l'analisi della struttura cliccando sul bottone:



o con:

*Analyze > Run*




<sup>4</sup> Nel caso si omettesse questo passaggio si avrebbe una labilità della struttura rispetto alla traslazione lungo l'asse y e rispetto alla rotazione attorno agli assi x e z.

#### 4. Visualizzazione dei risultati:


- Visualizzazione delle reazioni vincolari:

*Display > Show elements force / stresses > Joints*

O cliccare sul tasto 


- Visualizzazione della struttura originaria:

*Display > Undeformed shape*

O cliccare sul tasto 

- Visualizzazione della deformata della struttura:

*Display > Deformed shape*

O cliccare sul tasto 


- **Visualizzazione dei carichi applicati:**

*Display > show Loads > Frame* (per i carichi applicati agli elementi frame)

*Display > show Loads > Joint* (per i carichi applicati ai nodi)

- Visualizzazione del diagramma dei Momenti / Taglio / Sforzo normale:

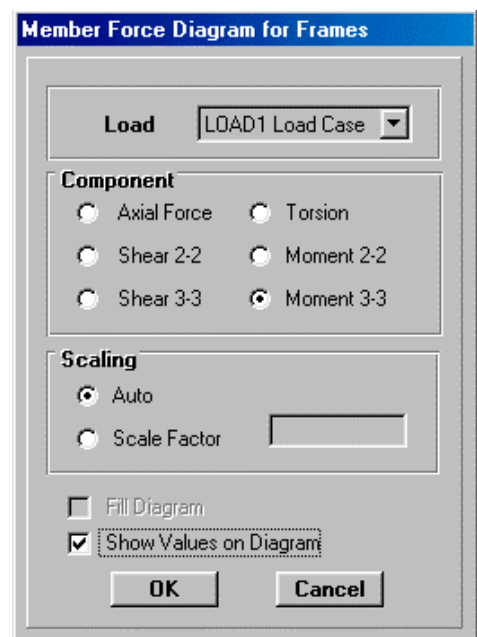
*Display > Show elements force / stresses > Frames*

O cliccare sul tasto 

Si apre una ulteriore finestra di dialogo:

Scegliere *Moment 3-3* per avere il diagramma dei momenti flettenti, *Shear 2-2* per avere il diagramma del taglio, *Axial force*, per avere il diagramma dello sforzo normale.

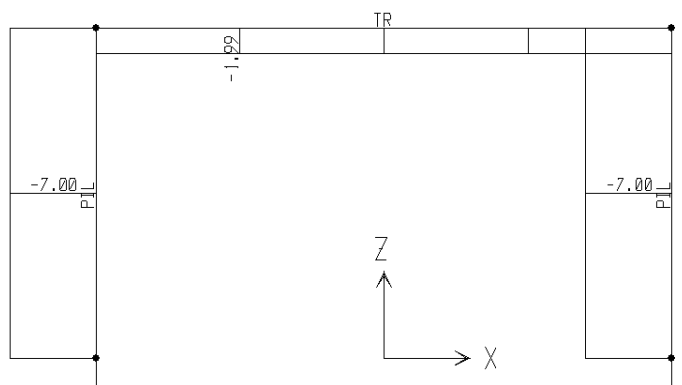
Disattivando l'opzione *Fill Diagram* e attivando l'opzione *Show values on diagram* si ha la possibilità di vedere a video il valore numerico degli sforzi nel diagramma.



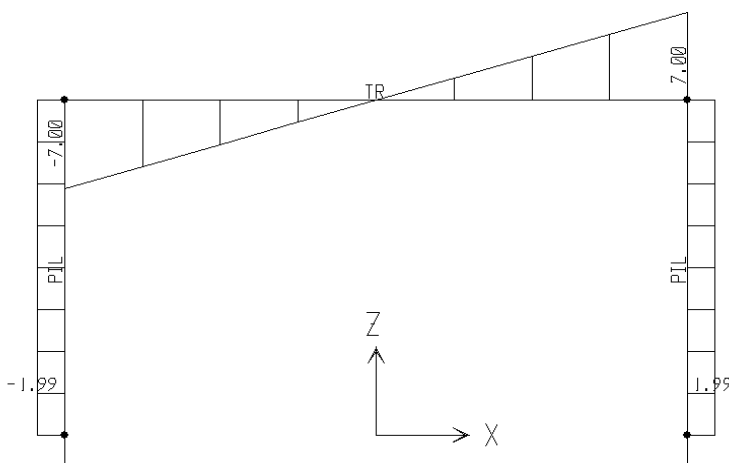


Vengono riportati di seguito i diagrammi risultato dell'analisi nel caso di telaio incastrato alla base:

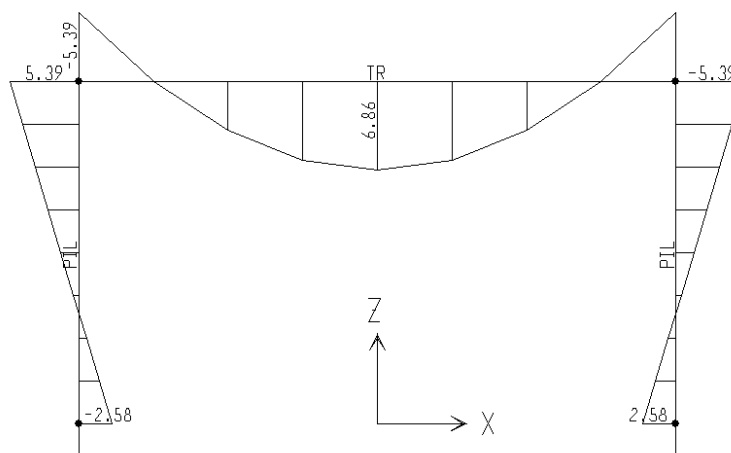
Sforzo Normale (Axial Force):



Taglio (Shear 2-2):



Momento Flettente (Moment 3-3):



Visualizzazione dei valori in un singolo elemento:

Dopo aver selezionato una delle caratteristiche di sollecitazione (v.sopra), cliccare su di un elemento frame con il tasto destro del mouse. E' possibile avere il valore della sollecitazione in un punto qualsiasi dell'elemento spostandosi con il mouse, o inserendo nella casella di testo "distance" la coordinata del punto stesso.

- Visualizzazione del tabulato dei risultati:

*Display > Set Output Table Mode > Ok*

o

Cliccare sul bottone



E poi con il tasto destro sull'elemento del quale si vuole visualizzare il tabulato dei risultati.

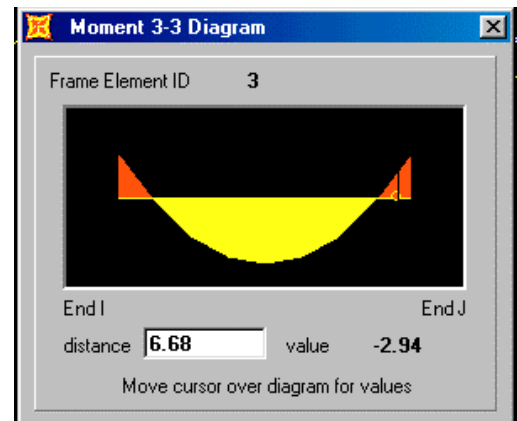
- Stampa del diagramma mostrato sullo schermo:

*File > Print Graphics*

- Stampa su file di testo o su stampante dei tabulati numerici:

*File > Print Input Table* (per i valori immessi in input)

*File > Print Output Table* (per i valori desunti dall'analisi della struttura)



## 5. VARIAZIONI DEL MODELLO


Una volta impostato il modello di calcolo, esso può agevolmente essere modificato per poter eseguire varie analisi della struttura soggetta ad un numero diverso di carichi esterni o secondo ipotesi diverse di vincolo, etc.

Qualora ad esempio si ipotizzasse di realizzare a terra non più degli incastri, ma delle cerniere si dovrebbe operare come segue:

- **Sblocco del modello**

Una volta avviata l'analisi, il modello della struttura viene bloccato, per poter prevenire variazioni accidentali dei dati da parte dell'utente. Perciò per variare il modello di calcolo è necessario sbloccarlo disattivando l'opzione di menu:

*Options > Lock model*

Oppure cliccando sul tasto 

- **Variazione delle condizioni di vincolo**


Con riferimento al par. 4.5 Vincoli (restraints), i vincoli esterni ora sono delle cerniere:

Adottando la convenzione:

1 = traslazione lungo l'asse di riferimento o rotazione attorno all'asse impedita (Vincolato).  
0 = traslazione lungo l'asse di riferimento o rotazione attorno all'asse permessa (Libero).

Joint	$\delta_x$	$\delta_y$	$\delta_z$	$\theta_x$	$\theta_y$	$\theta_z$	Vincolo
1	1	1	1	1	0	1	Cerniera
2	0	1	0	1	0	1	vinc. nel piano xz
3	0	1	0	1	0	1	vinc. nel piano xz
4	1	1	1	1	0	1	Cerniera

Si può constatare come ora, rispetto alla situazione nel par. 4.5, i joint 1 e 3 hanno possibilità di rotazione attorno all'asse  $y$  ( $\theta_y$ ) con la sequenza di restraint 1,1,1,0,1.

Impostiamo le condizioni di vincolo con l'esterno; clicchiamo con il mouse sul nodo 1 e sul nodo 4 e poi sul bottone  della toolbar. Il bottone ha la stessa funzione del comando *Assign > Joint > Restraints*.

Selezioniamo le condizioni di vincolo:

*Restraints:*

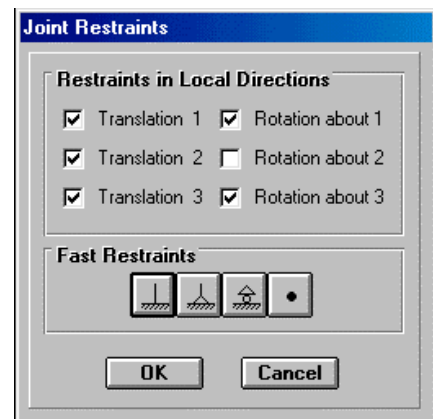
Translation 1 : V                  Rotation about 1: V  
Translation 2 : V                  Rotation about 2: \_  
Translation 3 : V                  Rotation about 3: V

Dove gli assi 1, 2, 3 rappresentano gli assi X, Y, Z, e il simbolo V rappresenta il grado di libertà in termini di traslazione o rotazione attorno all'asse che viene impedito.

- Riavviamo l'analisi della struttura cliccando sul bottone:

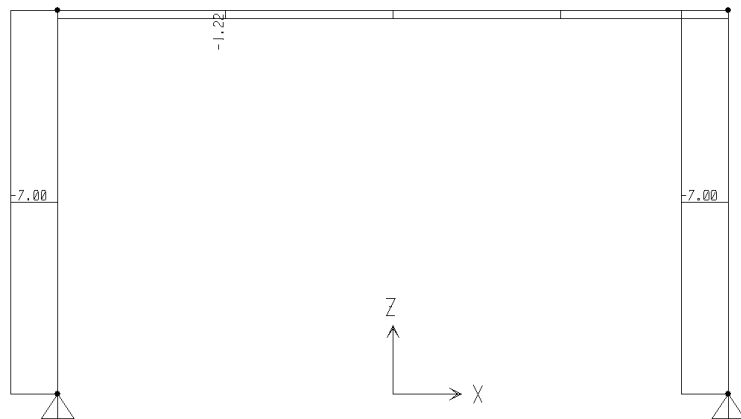


o con: *Analyze > Run*

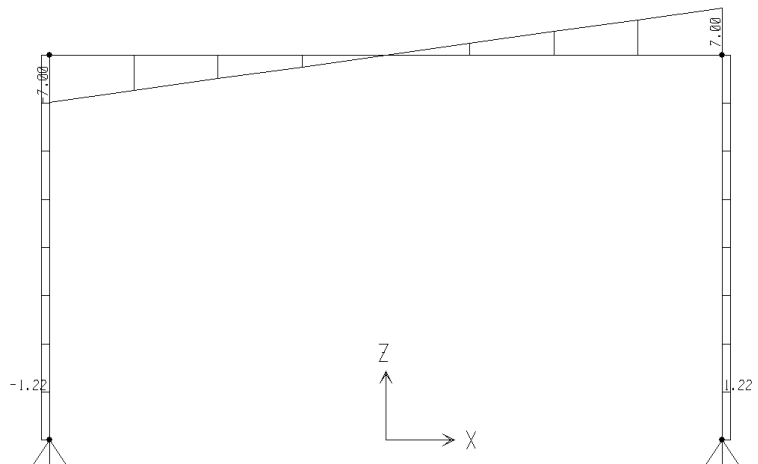


Vengono riportati di seguito i diagrammi risultato dell'analisi nel caso di telaio incernierato alla base:

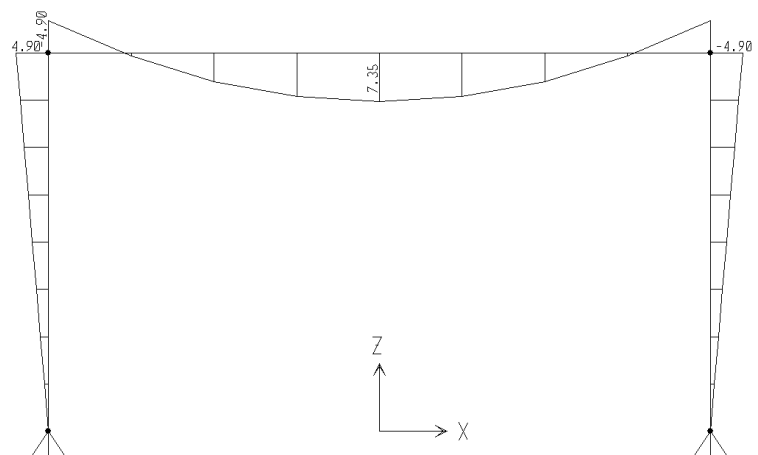
Sforzo Normale (Axial Force):



Taglio (Shear 2-2):



Momento Flettente (Moment 3-3)<sup>5</sup>:



<sup>5</sup> Si noti come ora nelle cerniere il momento flettente sia pari a zero.

Il diagramma dei momenti dipende oltre che dal tipo di vincolo a terra e dalla geometria del telaio, anche dall'effettivo grado di incastro della trave nel pilastro verticale, ovvero dal rapporto tra la rigidezza rispettiva della trave con quella del pilastro.

Tale rapporto tra le rigidezze è facilmente individuabile nelle formule di risoluzione a mano del telaio<sup>6</sup> nel coefficiente  $K$ :

$$K = \frac{J_{TR.}}{J_{PIL.}} \cdot \frac{H}{L}$$

Ipotizziamo allora di avere un pilastro molto rigido ad es. 50x150cm, in questo modo aumentiamo il grado di incastro della trave. E' il caso di trave flessibile e pilastro molto rigido, si noti che i termini flessibile e rigido vanno sempre intesi in relazione ai due elementi considerati.

- Sblocciamo il modello come visto in precedenza.
- Riportiamo il grado di vincolo di incastro alla base del telaio (nei nodi 1 e 4)
- **Variazione delle dimensioni del pilastro:**

Modifichiamo ora le caratteristiche della sezione con il comando:

*Define > Frame Sections*

Selezioniamo la sezione *PIL*, e clicchiamo su *Modify / Show section*

Immettiamo i dati:

*Material:* CA , nome del materiale da cui è composta la sezione

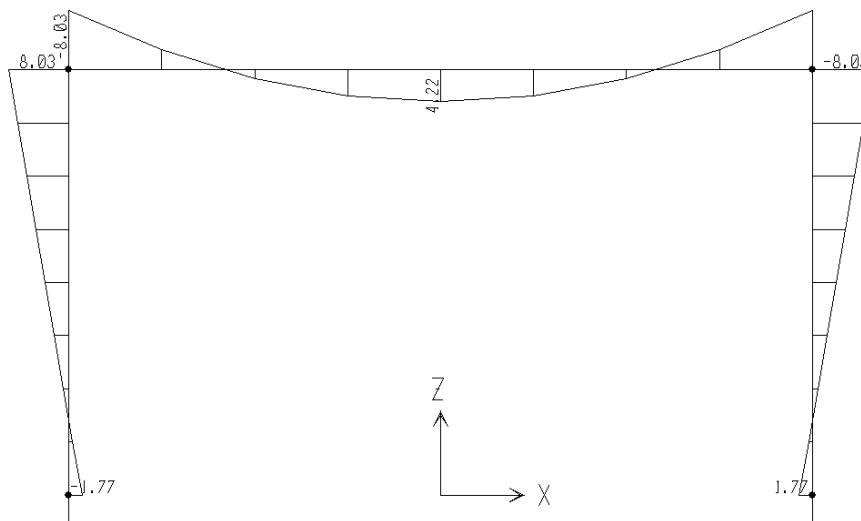
*Depth:* 1.5 (m.) , altezza della sezione

*Width:* 0.5 (m.) , base della sezione

*Name:* PIL , nome di riferimento della sezione.

In questo modo cambiamo le caratteristiche della sezione *PIL*.

- Riavviamo l'analisi. Il diagramma dei momenti (Moment 3-3) è mostrato in figura seguente:



Si noti come il momento in mezz'aria della trave sia diminuito (4.22 tm contro 6.86 tm), e come il momento negativo a bordo trave sia aumentato (8.83 tm contro 5.39 tm) a testimonianza del miglioramento delle condizioni di incastro tra trave e pilastro.

<sup>6</sup> Vedi: 6.SOLUZIONE ESATTA

Ipotizziamo ora il caso opposto, e cioè di avere un pilastro molto flessibile ad es. 30x30cm, ed una trave molto rigida 30x1.20, in questo modo il grado di incastro della trave nel pilastro diminuisce. E' il caso di trave molto rigida e pilastro flessibile.

Modifichiamo ora le caratteristiche delle sezioni con il comando:

*Define > Frame Sections*

Selezioniamo la sezione *PIL*, e clicchiamo su *Modify / Show section*

Immettiamo i dati:

*Material:* CA , nome del materiale da cui è composta la sezione

*Depth:* 0.3 (m.) , altezza della sezione

*Width:* 0.3 (m.) , base della sezione

*Name:* PIL , nome di riferimento della sezione.

In questo modo cambiamo le caratteristiche della sezione *PIL*.

Selezioniamo la sezione *TR*, e clicchiamo su *Modify / Show section*

Immettiamo i dati:

*Material:* CA , nome del materiale da cui è composta la sezione

*Depth:* 1.2 (m.) , altezza della sezione

*Width:* 0.3 (m.) , base della sezione

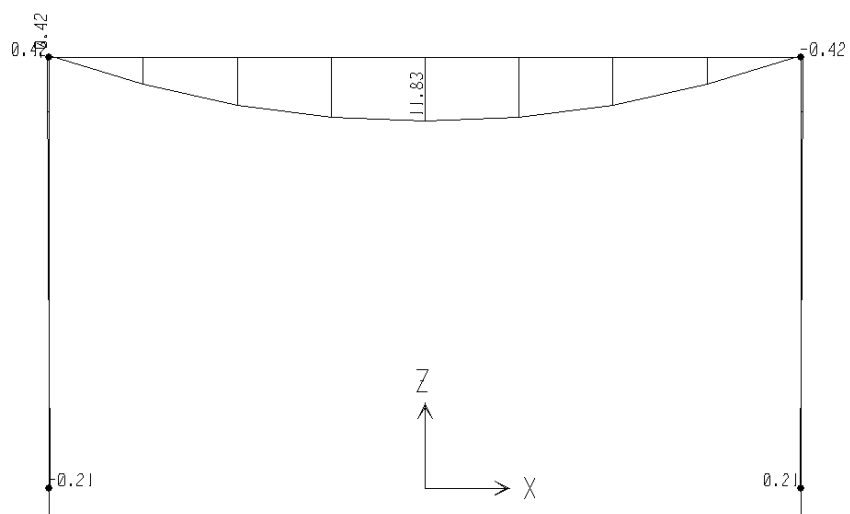
*Name:* TR , nome di riferimento della sezione.

In questo modo cambiamo le caratteristiche della sezione *TR*.

- Riavviamo l'analisi. Il diagramma dei momenti (Moment 3-3) è mostrato in figura seguente:

Si noti come il momento in mezzera della trave sia aumentato notevolmente (11.83 tm contro 4.22 tm), e come il momento negativo a bordo trave sia diminuito notevolmente (0.42 tm contro 8.83 tm).

Il comportamento della trave superiore è molto simile ad una trave incernierata agli appoggi (il momento di incastro e quindi il grado di incastro sono molto bassi; il vincolo è più simile ad una cerniera)



## 6. SOLUZIONE ESATTA

### Telaio incastrato alla base

Nel caso si ipotizzi di realizzare come vincoli a terra degli incastrati (schema strutturale di fig.2) il diagramma dei momenti qualitativo è rappresentato in fig.3.

La soluzione è possibile ricorrendo ad un prontuario<sup>7</sup> che riporta i valori dei momenti, del taglio, e delle reazioni vincolari espressi in funzione dei parametri  $p, L, H, J_{TR}, J_{PIL}$ .

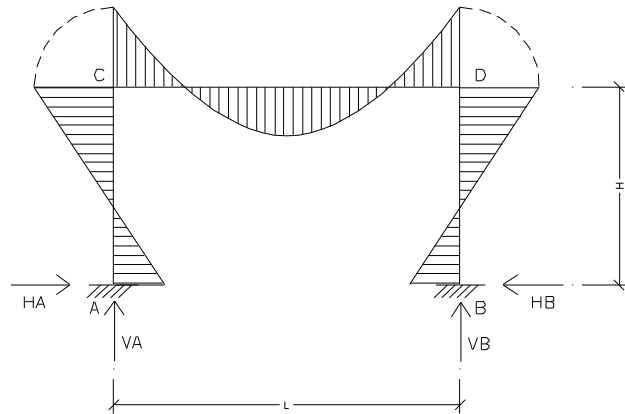


Fig. 3

$$V_A = V_B = \frac{p \cdot l}{2} = \frac{2 \cdot 7.00}{2} = 7.0 t$$

$$K = \frac{J_{TR}}{J_{PIL}} \cdot \frac{H}{L} = \frac{5.4 \cdot 10^{-3}}{3.125 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{4.00}{7.00} = 0.987$$

$$M_A = M_B = \frac{p \cdot L^2}{12 \cdot (2 + K)} = \frac{2 \cdot 7.00^2}{12 \cdot (2 + 0.987)} = 2.734 tm$$

$$M_C = M_D = \frac{-p \cdot L^2}{6 \cdot (2 + K)} = \frac{-2 \cdot 7.00^2}{6 \cdot (2 + 0.987)} = -5.468 tm$$

$$M_{L/2} = \frac{p \cdot L^2}{8} - \frac{-p \cdot L^2}{6 \cdot (2 + K)} = \frac{2 \cdot 7.00^2}{8} - \frac{-2 \cdot 7.00^2}{6 \cdot (2 + 0.987)} = 12.25 - 5.468 = 6.872 tm$$

$$H_A = H_B = \frac{p \cdot L^2}{4H \cdot (2 + K)} = \frac{2 \cdot 7.00^2}{4 \cdot 4.00 \cdot (2 + 0.987)} = 2.05 tm$$

### Telaio incernierato alla base:

Nel caso si ipotizzi di realizzare a terra delle cerniere (schema strutturale di fig.4) il diagramma dei momenti qualitativo è rappresentato in fig.5.

Anche qui è possibile determinare la soluzione ad un prontuario di calcolo degli elementi strutturali.

$$V_A = V_B = \frac{p \cdot l}{2} = \frac{2 \cdot 7.00}{2} = 7.0 t$$

$$K = \frac{J_{TR}}{J_{PIL}} \cdot \frac{H}{L} = \frac{5.4 \cdot 10^{-3}}{3.125 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{4.00}{7.00} = 0.987$$

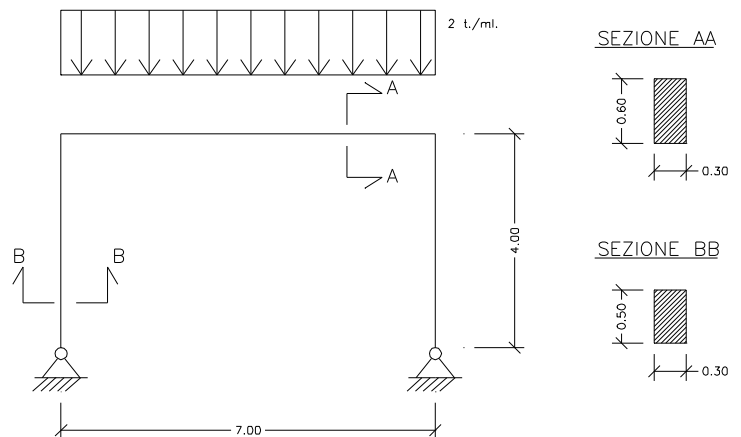


Fig.4

$$H_A = H_B = \frac{p \cdot L^2}{4H \cdot (2K + 3)} = \frac{2 \cdot 7.00^2}{4 \cdot 4.00 \cdot (2 \cdot 0.987) + 3} = \frac{998}{79.58} = 1.231 \text{ t}$$

$$M_A = M_B = 0 \text{ tm}$$

$$M_C = M_D = -H_A \cdot H = -1.231 \cdot 4.00 = -4.925 \text{ tm}$$

$$M_{L/2} = \frac{2K + 1}{2K + 3} \cdot \frac{p \cdot L^2}{8} = \frac{2 \cdot 0.897 + 1}{2 \cdot 0.897 + 3} \cdot \frac{2 \cdot 7.00^2}{8} =$$

$$M_{L/2} = \frac{2.974}{4.974} \cdot \frac{98}{8} = 7.324 \text{ tm}$$

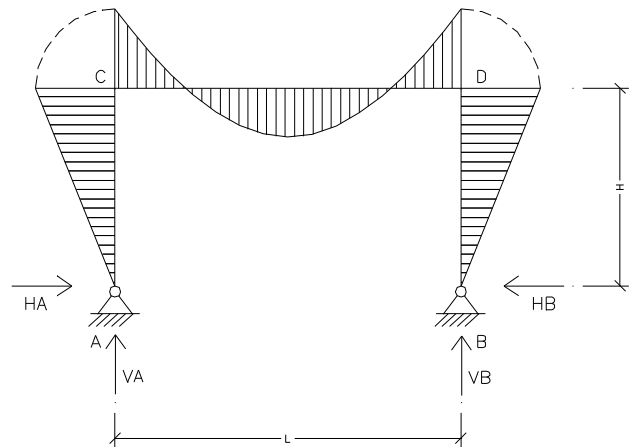


Fig.5

<sup>7</sup> Da: B.FURIOZZI, C.MESSINA, L.PAOLINI, "Prontuario con software didattico per il calcolo degli elementi strutturali", ed. Le Monnier, Firenze, 1995.