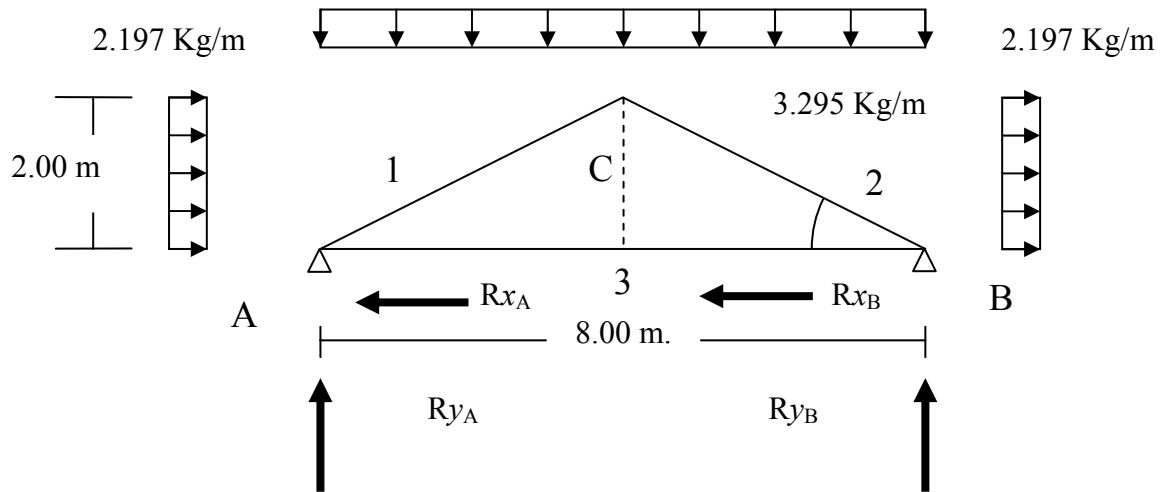


## II.2.4 CALCOLO MATRICIALE

### a) ANALISI MATRICIALE ISOSTATICA



La maniera per raccogliere tutte le equazioni di equilibrio relative alle reazioni esterne ed interne alla struttura in questione, è quella più generale e sistematica per l'uso del calcolatore di impostare la matrice statica (v. A6).

In prima istanza la si imposterà per le sole reazioni esterne, e, successivamente, anche per le reazioni interne.

Dallo sviluppo della suddetta matrice, si ottiene il sistema di 15 equazioni in 15 incognite (12 interne + 3 esterne), che descrive completamente l'equilibrio della struttura.

$$\begin{array}{c|c|c|c} R_{XA} & R_{YA} & R_{XB} & R_{YB} \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 8 \end{array} \quad \begin{array}{c} R_{XA} \\ R_{YA} \\ R_{XB} \\ R_{YB} \end{array} = \begin{array}{c} -8.788 \\ 26.36 \\ 114.23 \end{array}$$

Da cui si ottiene:

$$\begin{aligned} R_{XA} &= -8.8788 \\ R_{XB} &= 0 \\ R_{YA} &= 14.28 \\ R_{YB} &= 12.08 \end{aligned}$$

	X <sub>A1</sub>	Y <sub>A1</sub>	X <sub>C1</sub>	Y <sub>C1</sub>	X <sub>C2</sub>	Y <sub>C2</sub>	X <sub>B2</sub>	Y <sub>B2</sub>	X <sub>B3</sub>	Y <sub>B3</sub>	X <sub>A3</sub>	Y <sub>A3</sub>	R <sub>AX</sub>	R <sub>AY</sub>	R <sub>BY</sub>
F <sub>x</sub>	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F <sub>y</sub>	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M	0	0	2	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F <sub>x</sub>	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
F <sub>y</sub>	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
M	0	0	0	0	2	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F <sub>x</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
F <sub>y</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
M	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	0	0	0	0	0	0
n	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
X															
F <sub>y</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
M	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8

X <sub>A1</sub>	2	0
Y <sub>A1</sub>	0	-4
X <sub>C1</sub>	2	8
Y <sub>C1</sub>	0	0
X <sub>C2</sub>	2	0
Y <sub>C2</sub>	0	-4
X <sub>B2</sub>	2	8
Y <sub>B2</sub>	0	0
X <sub>B3</sub>	0	0
Y <sub>B3</sub>	0	0
X <sub>A3</sub>	0	0
Y <sub>A3</sub>	0	0
R <sub>AX</sub>	4	0
R <sub>AY</sub>	0	-8
R <sub>BY</sub>	4	32

2.197	
3.295	

0
---

E' da notare che la parte della matrice delimitata dalla linea tratteggiata, è quella relativa ai vincoli esterni.

Il risultato è il medesimo di quello descritto al paragrafo precedente.

I risultati sono di seguito espressi in Kg.

X <sub>A1</sub>	=	8787.3
Y <sub>A1</sub>	=	12082.8
X <sub>C1</sub>	=	-13181.3
Y <sub>C1</sub>	=	1098.5
X <sub>C2</sub>	=	13181.3
Y <sub>C2</sub>	=	-1098.5
X <sub>B2</sub>	=	-17575.3
Y <sub>B2</sub>	=	14278.0
X <sub>B3</sub>	=	17575.3
Y <sub>B3</sub>	=	0
X <sub>A3</sub>	=	-17575.3
Y <sub>A3</sub>	=	0
R <sub>AX</sub>	=	-8788.0
R <sub>AY</sub>	=	12082.8
R <sub>BY</sub>	=	14278.0

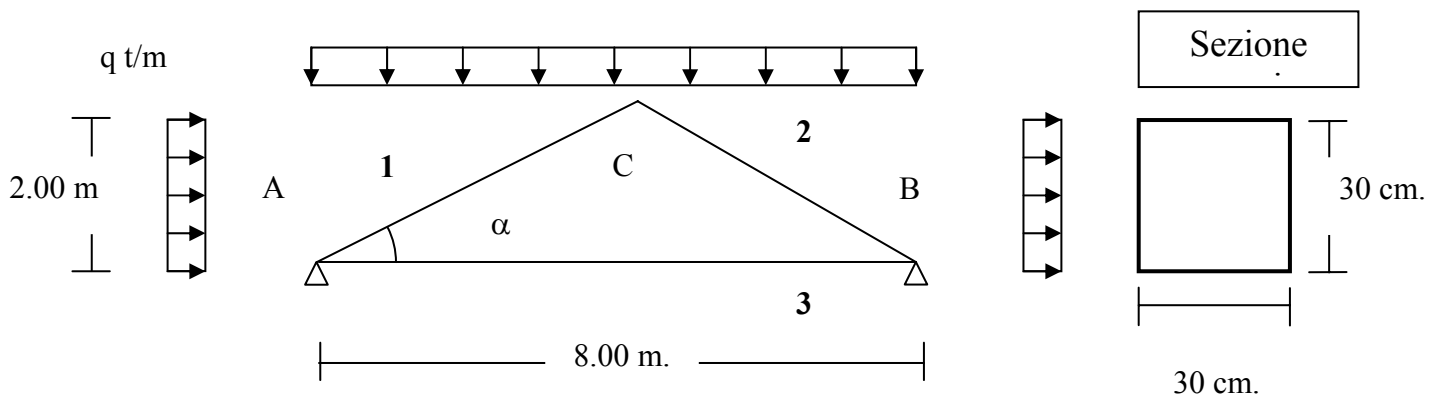
Dalle componenti x, y delle reazioni interne all'estremità di ogni asta si ricavano gli sforzi normali.

b) CAPRIATA IPERSTATICA

Si passa ora al calcolo completo con il metodo degli elementi finiti, già descritto teoricamente in precedenza.

Elementi geometrici :

A = area della sezione delle travi	$A = \text{cm } 30 \times 30 = 900 \text{ cm}^2 = 0.09 \text{ m}^2$
J = momento d'inerzia della sezione	$J = 1/12 h^3 b = 6.75 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$
E = modulo elastico espresso in Kg/cm <sup>2</sup>	$E = 9.5 \cdot 10^4$



		<b>Puntoni</b>	<b>Tirante</b>
EA/l	=	1912.7	1068.75
12 EJ/l <sup>3</sup>	=	8.6	1.5
6EJ/l <sup>2</sup>	=	19.3	6.01
4EJ/l	=	57.4	32.06
2EJ/l	=	28.7	16.03

Aste	$\theta$	sen $\theta$	cos $\theta$
Asta 1	26.5°	0.446	0.895
Asta 2	-26.5°	-0.446	0.895
Asta 3	180°	0	-1

Per la determinazione del vettore dei carichi nodali, si determinano innanzi tutto i carichi applicati alle aste.

$$\{F_1\} = \begin{Bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ M_1 \\ F_{2x} \\ F_{2y} \\ M_2 \end{Bmatrix} = [T] \{f_1\} = \begin{array}{c|ccc|ccc} C & S & 0 & & & & f_{1x} \\ -S & C & 0 & & 0 & & f_{1y} \\ 0 & 0 & 1 & & & & m_1 \\ \hline & & & C & S & 0 & f_{2x} \\ & 0 & & -S & C & 0 & f_{2y} \\ & & & 0 & 0 & 1 & m_2 \end{array}$$

P/l/2	=	6.1 t.
P l <sup>2</sup> /12	=	4.1 tm
q/l/2	=	0.73 t
q l <sup>2</sup> /12	=	0.24 tm

Tenendo conto che i carichi applicati sulle aste sono quelli in tabella, si possono facilmente ottenere i carichi nel riferimento locale. Si tenga anche conto che il tirante (asta 3) risulta privo di carichi agenti.



**Effetto dei carichi applicati come reazioni di incastro perfetto. Asta n.1**

C	S	0				-0.73
-S	C	0		0		6.1
0	0	1				4.34
			C	S	0	-0.73
	0		-S	C	0	6.1
			0	0	1	-4.34

=

2.06
5.78
4.34
2.06
5.78
-4.34

**Spostamenti nel riferimento locale. Asta n.1**

C	S	0				0
-S	C	0		0		0
0	0	1				-0.0688
			C	S	0	-0.0084
	0		-S	C	0	-0.0327
			0	0	1	-0.0062

=

0
0
-0.0688
-0.007
-0.033
-0.0062

**Effetto dei carichi applicati come reazioni di incastro perfetto. Asta n.2**

C	S	0				0.73
-S	C	0		0		-6.1
0	0	1				-3.68
			C	S	0	0.73
	0		-S	C	0	-6.1
			0	0	1	3.68

=

3.37
-5.13
-3.86
3.37
-5.13
3.86

**Spostamenti nel riferimento locale. Asta n.2**

C	S	0				.0084
-S	C	0		0		-0.0327
0	0	1				.00619
			C	S	0	.016
	0		-S	C	0	0
			0	0	1	.0607

=

0.022
-0.0255
.00619
.0143
.0071
.0607

**Effetto dei carichi applicati come reazioni di incastro perfetto. Asta n.3**

C	S	0				0
-S	C	0		0		0
0	0	1				0
			C	S	0	0
	0		-S	C	0	0
			0	0	1	0

=

0
0
0
0
0
0

**Spostamenti nel riferimento locale. Asta n.3**

C	S	0				0.016
-S	C	0		0		0
0	0	1				.0607
			C	S	0	0
	0		-S	C	0	0
			0	0	1	-0.0688

=

-0.014
0
.0607
0
0
-0.688

**Sollecitazioni Asta 1**

1913			-1913			0
	9	19		-9	19	0
	19	57		-19	29	-0.0688
-1913			1913			-0.007
	-9	-19		9	-19	-0.033
	19	29		-19	57	-0.0062

=

9.19
-1.12
-3.47
-9.19
1.12
-1.72

+

2.06
5.78
4.34
2.06
5.78
-4.34

=

11.25
4.66
0.87
-7.13
6.9
-6.06

**Sollecitazioni Asta 2**

1913			-1913			0.022	=	14.7	+	3.37	=	11.33
	9	19		-9	19	-0.0255		1.2		-5.13		6.33
	19	57		-19	29	.00619		1.49		-3.86		5.35
-1913			1913			.0143	=	-14.7	+	3.37	=	-18.07
	-9	-19		9	-19	.0071		-1.2		-5.13		3.93
	19	29		-19	57	.0607		3.5		3.86		-0.36

**Sollecitazioni Asta 3**

1069			-1069			-0.014	=	-14.9	+	0	=	-14.9
	1.5	6		-1.5	6	0		-0.048		0		-0.048
	6	32		-6	16	.0607		0.84		0		0.84
-1069			1069			0	=	14.9	+	0	=	14.9
	-1.5	-6		1.5	-6	0		0.048		0		0.048
	6	16		-6	32	-.688		-1.2		0		-1.2

**Tabella riassuntiva delle sollecitazioni alle estremità**

Asta 1			Asta 2			Asta 3		
N <sub>A</sub>	=	<b>11.25</b>	N <sub>B</sub>	=	<b>11.33</b>	N <sub>C</sub>	=	<b>-14.9</b>
T <sub>A</sub>	=	<b>4.66</b>	T <sub>B</sub>	=	<b>6.33</b>	T <sub>C</sub>	=	<b>-0.048</b>
M <sub>A</sub>	=	<b>0.87</b>	M <sub>B</sub>	=	<b>5.35</b>	M <sub>C</sub>	=	<b>0.84</b>
N <sub>B</sub>	=	<b>-7.13</b>	N <sub>C</sub>	=	<b>-18.07</b>	N <sub>A</sub>	=	<b>14.9</b>
T <sub>B</sub>	=	<b>6.33</b>	T <sub>C</sub>	=	<b>3.95</b>	T <sub>A</sub>	=	<b>0.048</b>
M <sub>B</sub>	=	<b>6.06</b>	M <sub>C</sub>	=	<b>-0.36</b>	M <sub>A</sub>	=	<b>-1.2</b>