III.1.7 STATO LIMITE DI ESERCIZIO(SLE)$_3$ DELLE VIBRAZIONI

Il solaio deve avere rigidezza tale anche da contenere le vibrazioni indotte da eccitazioni meccaniche o sismiche, di contenuta energia distruttiva ma più frequenti, in modo da conservare lo stato limite di esercizio ; per sismi di maggior energia si deve cercare di rientrare negli stati limite di danno (v. fig.10).
Ciò comporta, specie per grandi luci e vincoli privi d'incastri, che la frequenza propria f_o (v fig. 7) sia congruamente lontana da quella eccitatrice f, per evitare i fenomeni di risonanza, e quindi di collasso per instabilità innescata dalla fatica ciclica.

Tale allontanamento si può ottenere o accrescendo la rigidezza in modo che $f_o > \eta\, f_{crit}$ o isolando con filtri smorzanti la fonte di eccitazione ad esempio agli appoggi, per cui $f_o < f_{crit} / \eta$, essendo η un congruo fattore di sicurezza funzione anche dell'energia da dissipare , per cercare di proteggere l'opera.
La frequenza propria di un solaio semplicemente appoggiato alle estremità, in campo lineare elastico, ovvero in assenza di parzializzazione della sezione, in assenza di sforzo normale e di oscillazioni longitudinali e torsionali, ma solo per flessione retta verticale, risulta:

$$f_o = 1/T_o = \omega_o / 2\pi = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{i^2\pi^2}{2\pi}\sqrt{\frac{E_c J_c / \ell^4}{(p+q)/g}} \neq f_{crit}$$

rappresentando I =1,2,3… I vari modi di vibrare del solaio, ad esempio per il primo modo $i^2\pi^2 = \pi^2 = 9,87$, variabile con il grado di vincolo.
Si richiama in proposito che la frequenza di una corda vibrante musicale sono doppie, triple… di quella fondamentale del primo modo di vibrare e che la sovrapposizione di tali vibrazioni armoniche ,corrisponde al timbro di uno strumento musicale, simile allo spettro che ispirò la formulazione analitica di Fourier in sommatoria di frequenze armoniche.
Si ricorda inoltre che f = 16 Hz (T = 0,06 secondi) è la più bassa frequenza percepibile dal timpano umano , meraviglioso "solaio" oscillante.
Se si ipotizza che la rigidezza k rimanga in campo elastico, allora la frequenza propria del solaio in esame risulta:

$$f_{o1} = \frac{3,14}{2}\sqrt{\frac{200000x50x22^3x981}{550^4x4,0x12}} = 0,33Hz; T_o = 3s$$

La frequenza eccitatrice tipica passando da discoteca a passaggio di folla , varia da 8 a 2 Hz (T = 0,125 a 0,5) per cui è sufficientemente lontana dal indurre fenomeni di risonanza, mentre aumentando la luce e quindi la rigidezza si può ricadere nel campo della risonanza per cui sui ponti i soldati non devono marciare al passo.

Considerazioni analoghe valgono per le vibrazioni sismiche, aggravate subito dalla perdita di linearità , dalla presenza di tutte le componenti oscillatorie, specie vicine a quelle di risonanza (v. fig.10).

Ad esempio verso lo snervamento la rigidezza smorzante si riduce a k_y =2k/3 e la massa m_y = m/2 , ed ulteriormente verso il collasso k_u = k/2 e m_u = m/3.

Il miglior collaudo delle gradinate di uno stadio ,si verifica quando si segna un gol e tutti i tifosi si alzano di scatto in piedi, alzando anche le braccia, e scaricando il contraccolpo inerziale sulle solette in c.a., che raggiungono rapidamente la freccia ammissibile in esercizio, ma non amplificata per risonanza, avendo le gradinate una frequenza propria lontana da quella eccitatrice per l'entusiasmo calcistico.

Un altro esempio di adattabilità delle strutture alle vibrazioni , specie sismiche (v. duttilità fig 11), è quello degli alberi la cui configurazione resistente al vento ha ispirato gli Architetti navali ,o i costruttori delle pagode giapponesi, anche a 5 tetti sovrapposti, che hanno resistito a numerosi terremoti nei secoli.

La frequenza propria di un tronco di legno ,come quelli scelti per gli alberi maestri dei velieri,ad esempio di altezza h =22m , di diametro d_b =85cm all'incastro nella tolda a 6m dal fondo scafo, e di diametro d_s =22cm alla sommità, risulta:

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \approx 2h^2\sqrt{\frac{\gamma\pi(d_b + d_s)/16g}{E\pi d_b^{\,4}/64}} = 0{,}7\ secondi$$

Se si aggiunge il peso dei rami o delle vele o dei tetti della pagoda, il periodo cresce oltre 1 secondo , e quindi fa ricadere la struttura nella zona dello spettro di figura 11(v.I.3) non molto amplificata, sfuggendo nel miglior modo possibile alle bufere od ai terremoti.

Si noti che se l' albero fosse in c.a., anziché di legno, il rapporto m/ k , superato il momento di fessurazione, tenderebbe verso il dimezzamento, con conseguente riduzione del 20% del periodo proprio T_o ed indietreggiamento nello spettro di figura 11, verso la zona invece di maggiore amplificazione dello scuotimento sismico.

Tale tallone di Achille dovuto alla bassa resistenza a trazione del conglomerato , può superarsi tramite l'incamiciamento od il placcaggio dei pilastri (v. fig. G 16).